

Romain LEBRETON, Université de Lille (Villeneuve d'Ascq)

“Cyclicité de l'opérateur du shift dans les espaces de De Branges-Rovnyak : en route vers une caractérisation complète”

La cyclicité de l'opérateur du shift S sur l'espace de Hardy hilbertien $H^2(\mathbb{D})$ a été étudiée et résolue dès 1949 par Arne Beurling qui a, d'une part, complètement décrit les sous-espaces invariants du shift comme étant de la forme ΘH^2 , avec Θ intérieure et, d'autre part, caractérisé les vecteurs cycliques de S comme étant les fonctions extérieures. Ce travail fondateur a ensuite donné lieu à de nombreux travaux mais l'espace de Hardy reste l'un des rares espaces pour lesquels on dispose d'une caractérisation aussi complète. Dans cet exposé, nous allons discuter d'une classe importante de sous-espaces (non fermés) contractivement inclus dans H^2 , les espaces de De Branges-Rovnyak $\mathcal{H}(b)$, associés à une fonction b dans la boule unité de H^∞ et telle que $\log(1 - |b|) \in L^1(\mathbb{T})$. Dans ce cas, on sait que le shift S agit aussi comme un opérateur borné sur $\mathcal{H}(b)$ (bien que cela ne soit plus une contraction!). Bien que quelques résultats de Sarason notamment soient apparus autour de la cyclicité du shift sur $\mathcal{H}(b)$, une étude systématique a été initiée dans deux articles récents de Fricain–Grivaux et Alex Bergmann. Le but de cet exposé est de présenter quelques uns des résultats obtenus dans ces deux papiers et quelques unes de mes contributions obtenues en collaboration avec E. Fricain qui généralisent certains résultats de Grivaux–Fricain.
